

关于峰态的一个新公式

李玉文

(地矿部成都地质矿产研究所)

在沉积物粒度分析中,最早的图解峰态公式是克伦宾和佩蒂约翰(1938)提出的:

$$K_{ga} = \frac{\phi_{75} - \phi_{25}}{2(\phi_{90} - \phi_{5})}$$

若据此公式计算标准正态分布,其 $K_{ga}=0.205$;再计算 $\sigma \neq 1$ 的其他正态分布,无论峰尖峰平,只要是正态分布,其 K_{ga} 也总是 0.205;只有非正态分布的计算值才不是 0.205。因此,克伦宾和佩蒂约翰的 K_{ga} 公式不能判断正态分布峰态的尖与平、或宽与窄,或高与低,只能判断是否正态分布。等于或接近 0.205 为正态或接近正态分布,明显地不等于 0.205 则为非正态分布。然而,在自然界中的沉积物绝大多数是经各种地质营力改造过的颗粒,常呈正态分布或分段呈正态分布,只有像火山碎屑从空中降落未经改造者才不遵从正态分布,而大致遵从罗辛分布。所以,克伦宾和佩蒂约翰的峰态公式提出虽早,却很少人使用。

英曼(1952)提出了另一公式:

$$B_s = \frac{(\phi_{95} - \phi_5) - (\phi_{84} - \phi_{16})}{\phi_{84} - \phi_{16}}$$

该公式对于正态分布的 B_s 也是一个常数, $B_s=0.65$,本质上与克伦宾和佩蒂约翰的公式近似,仍不能判断正态分布的峰态。

1957 年,福克和沃德提了又一个峰态公式:

$$K_g = \frac{\phi_{95} - \phi_5}{2.44(\phi_{75} - \phi_{25})}$$

1970 年,戴尔提出了再一个峰态公式:

$$K_D = \frac{\phi_{84} - \phi_{16}}{1.5(\phi_{75} - \phi_{25})}$$

戴尔(1970)的公式旨在解决二次充填情形下的粒度分布峰态计算,但与福克和沃德(1957)的本质相似,都着眼于粒度分组区间的某种比例关系,并且以上所举 4 种公式均是如此,虽然其间有某些位置交换和比例系数调整,但都离不开横座标不同分段的相比。然而,分组区间所占横座标分段之间的比例关系,在正态分布中,早已被正态概率图纸的纵座标划分所注定,是几个常数。即:

$$\frac{\phi_{95} - \phi_5}{\phi_{75} - \phi_{25}} = 2.44, \quad \frac{\phi_{95} - \phi_5}{\phi_{84} - \phi_{16}} = 1.65, \quad \frac{\phi_{84} - \phi_{16}}{\phi_{75} - \phi_{25}} = 1.5$$

所以, 不管哪个值在上在下, 或加上什么比例系数, 对于正态分布, 各公式都为常数, 不能判断正态分布的峰高峰低, 只能识别是否正态分布。而是否正态分布问题在正态概率纸上作图完毕时已得到明确认识, 勿需再作计算, 需要测算的主要是正态分布的峰态高低宽窄。我国常用的福克和沃德的峰态公式, 对正态分布可导至不管峰高峰低均得相同或相近 (近于 1) 的峰态参数, 致使计算无多大意义, 甚至误事。例如表 1 所列结果:

表 1 福克-沃德峰态公式不符实际的例子

样品编号	样品来源	ϕ_5	ϕ_{25}	ϕ_{75}	ϕ_{95}	$\frac{\phi_{95}-\phi_5}{2.44(\phi_{75}-\phi_{25})}$
50	四川乐山古沙丘 (K) 交错层	1.58	1.97	2.53	2.89	0.96
56	四川宜宾古湿丘间粉砂质细砂岩	1.02	2.98	4.55	5.49	1.17

从上表看出, 风成沙丘砂的峰态值反低于湿丘间水成砂的峰态值, 这显然不符合实际。因为所列各项 ϕ 值已经表明, 50% 的沙丘砂集中在约半个 ϕ 值区间, 峰态必然高, 而 50% 的湿丘间砂却分散于 1.57 个 ϕ 值区间, 当然峰态很低。故利用此公式判断峰态, 会得出与实际相反的结论。难怪佩蒂约翰等 (1972) 在举荐福克和沃德的峰态公式时说, 单独使用这个峰态公式值推断出来的地质结论很少。

1988 年, 笔者和陈乐尧、江新胜在研究古风成系统中, 发现福克-沃德公式有较大缺陷, 指出 K_ϕ 不与 $(\phi_{95}-\phi_5)$ 成正比, 而是与之乘一系数后成反比, 并拟用了另外的计算式:

$$K_\phi = \frac{1}{2(\phi_{75} - \phi_{25})} + \frac{1.22}{\phi_{95} - \phi_5}$$

这个计算式的重要进展是解决了峰态值与分组 ϕ 值区间各分段值均成反比的实质问题, 因而既能判断正态分布的峰态高低, 也能判断非正态分布的峰态宽窄。根据该式计算标准正态分布的峰态值为 0.74, 小于 0.74 为低峰态, 反之则为尖峰态。但不足的是它在标准正态分布时为不规小数 (0.74), 分级和使用中多有不便。加之该式未经正式推导, 还不能称为一个公式。

为了求得一个合理、有用和使用的公式, 本文将作如后推导, 正式提出一个新的峰态公式。

首先, 要讨论一下峰态的含义。峰态又称尖度, 按佩蒂约翰等的说法, 峰态是分布曲线的尖锐程度的量测。笔者认为, 最能反映其尖锐程度或相对宽窄高低的因素是分布曲线的峰高和峰底相对比例的大小, 峰态的高低与峰高的大小成正比, 与峰底成反比, 同时, 峰高又与峰底成反比, 比例中带着某个比例系数。因此, 我们有: 峰态 = $k_1 \frac{\text{峰高}}{\text{峰底}_2}$ (1)

$$\text{峰高} = k_2 \frac{1}{\text{峰底}_2} \quad (2)$$

代 (2) 式入 (1) 式, 得:

$$\text{峰态} = k_1 \frac{k_2 \frac{1}{\text{峰底}_2}}{\text{峰底}_1} = \frac{k_1 k_2}{\text{峰底}_2 \times \text{峰底}_1}$$

为了缩短计算结果值的差距, 对于比例上下均为两数相乘的除式, 取其平方根, 得:

$$\text{峰态} = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{\text{峰底}_2 \times \text{峰底}_1}}$$

由于图解,可利用的是分组区间的大小,最能代表峰底₁的是 $(\phi_{95}-\phi_5)$,与峰高最相关的峰底₂应由 $(\phi_{75}-\phi_{25})$ 代表, $k_1 \cdot k_2$ 可合并为 k ,再将峰态用 K_L 表示,前关系式可写作:

$$K_L = \sqrt{\frac{k}{(\phi_{75}-\phi_{25})(\phi_{95}-\phi_5)}} \quad (3)$$

此式中,需推导的是 k 值。

在标准正态分布中,均值(μ)为0,方差(σ)为1,随机变量 ξ 落在区间 $[\beta_1, \beta_2]$ 内的概率为:

$$P(\beta_1 \leq \xi \leq \beta_2) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv = \Phi(\beta_2) - \Phi(\beta_1) \quad (4)$$

对粒度分布频率曲线中的 $(\phi_{75}-\phi_{25})$ 来说,所占区间面积为 $50\%=0.5000$,即 $\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}$

占面积 $\frac{50\%}{2}=0.2500$,在(4)式中可令 $\beta_1=0$, $\beta_2=\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}$

$$\text{则: } \int_0^{\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv = \Phi\left(\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}\right) - \Phi(0)$$

$$\text{已知: } \Phi\left(\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}\right) - \Phi(0) = 0.2500$$

$$\text{则: } \Phi\left(\frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2}\right) = 0.2500 + \Phi(0) = 0.2500 + 0.50000 = 0.7500$$

$$\text{于是: } \frac{\phi_{75}-\phi_{25}}{2} = 0.6745, \text{ 即: } \phi_{75}-\phi_{25} = 1.349 \quad (5)$$

$$\text{同理: } \frac{\phi_{95}-\phi_5}{2} \text{ 面积 } 90\% \div 2 = 0.4500, \text{ 则: } \int_0^{\frac{\phi_{95}-\phi_5}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv = \Phi\left(\frac{\phi_{95}-\phi_5}{2}\right) - \Phi(0)$$

$$\text{已知: } \Phi\left(\frac{\phi_{95}-\phi_5}{2}\right) - \Phi(0) = 0.4500, \Phi\left(\frac{\phi_{95}-\phi_5}{2}\right) = 0.4500 + 0.50000 = 0.9500$$

$$\text{于是: } \frac{\phi_{95}-\phi_5}{2} = 1.6460, \text{ 即: } \phi_{95}-\phi_5 = 3.292 \quad (6)$$

代(5)、(6)式入(3)式:

$$K_L = \sqrt{\frac{k}{1.349 \times 3.292}}$$

标准正态分布的 $K_L=1$

$$\text{代入上式得: } 1 = \sqrt{\frac{k}{1.349 \times 3.292}}$$

$$\text{即: } k = 1.349 \times 3.292 = 4.44$$

再 k 值代入(3)式,得:

$$K_L = \sqrt{\frac{4.44}{(\phi_{75}-\phi_{25})(\phi_{95}-\phi_5)}}$$

这就是本文要提出的新的图解峰态公式。从式面上看,可解释峰态为50%区间 ϕ 值与90%区间 ϕ 值乘积倒数4.44倍的平方根,但实际上它是由峰高与峰低之比推导来的。根据此公式,标准正态分布的 $K_L=1$,即峰高与峰底之比为1,二者相等,作为标准峰

表2 沉积物峰态按 K_L 分级

K_L	峰态
>4.0	极尖窄
$<4.0-2.5$	很尖窄
$<2.5-1.5$	尖窄
$<1.5-0.9$	中等
$<0.9-0.6$	宽平
$<0.6-0.4$	很宽平
<0.4	极宽平

态; $K_L > 1$ 者, 峰高而尖, 反映粒度分布集中, 分选性好; $K_L < 1$ 者, 峰低而平, 反映粒度分布稀疏, 甚至为多众数, 分选性较差。根据笔者进行过的大量样品粒度分析的测算, 可将峰态分为六级 (表 2), 供同行试用。如果应用此公式于前述表 2 进行复算, 乐山沙丘砂样 50 号之 $K_L = 2.45$, 为尖窄峰态, 示粒度集中, 分选好。而宜宾湿丘间水成粉砂质细砂岩的 $K_L = 0.79$, 为宽平峰态, 示粒度分散, 分选差。这与实际十分切合, 避免了福克-沃德公式的前述弊病。

主要参考文献

- 任明达等, 1981, 现代沉积环境概论, 科学出版社。
- 成都地质学院陕北队, 1976, 沉积岩 (物) 粒度分析及其应用, 地质出版社。
- 刘宝珩, 王允孚, 1985, 岩相古地理基础和工作方法, 地质出版社。
- 李玉文、陈乐尧、江新胜, 1988, 西南区白垩—第三纪沙漠相及其意义, 岩相古地理, 第六期。
- P. J. 佩蒂约翰, P. E. 波特, R. 西费, 1972, 李汉瑜译 (1977), 砂和砂岩, 科学出版社。
- 数学手册编写组, 1979, 数学手册, 人民出版社。
- Folk, R. L. & Ward, W. C., 1957, Brazos River Bar: Study in the Significance of Grain Size Parameters. *Jour. Sed. Petrol.* 27, pp. 3—26.
- Reading, H. G., 1978, *Sedimentary Environments and Facies*. Oxford, London, Blackwell Scientific Publications.
- Reineck, H. E. & Singh, I. B., 1975, *Depositional Sedimentary Environments*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Rigby, J. K. & Hanblin, W. K., 1972, Recognition of Ancient Sedimentary Environments. *Soc. Paleontolohidy Mineralogists. Publ.* 19.